



تمرین ریاضی عمومی

۱. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$ کدام است؟

- الف) e (ب) $\frac{e}{2}$ (ج) $\frac{1}{e}$ (د) $-\frac{e}{2}$

۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x)^{\tan^2 x}$ کدام است؟

- الف) 0 (ب) e (ج) \sqrt{e} (د) $\frac{1}{\sqrt{e}}$

۳. اگر $f(x) = (2+x^3)e^x$ ، حاصل $(f^{-1})'(2)$ کدام است؟

- الف) 0 (ب) 1 (ج) $22e^2$ (د) $\frac{1}{22e^2}$

۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{d}{dx} \left(\cosh \left(\ln \frac{1}{x} \right) \right)$ کدام است؟

- الف) 0 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) 2 (د) ∞

۵. اگر $f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{dt}{\ln t}$ ، حاصل $f(x) = \int_{1+\frac{1}{x}}^x \frac{e^{xt}}{t-1} dt$ چیست؟

- الف) $ef(e^{x-1})$ (ب) $e^x f(e^{x-1})$ (ج) $ef(e^{x-1})$ (د) $e^x f(e^{x-2})$

۶. اگر $I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$ باشد، چه رابطه‌ای بین I_n و I_{n-1} برقرار است؟ ($n \geq 0$)

- الف) $I_n = \frac{2n}{4n-1} I_{n-1}$ (ب) $I_n = \frac{2n}{2n+1} I_{n-1}$

- ج) $I_n = \frac{2n}{4n+1} I_{n-1}$ (د) $I_n = \frac{2n}{2n-1} I_{n-1}$

۷. حاصل $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$ کدام است؟

- الف) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{4}e$ (ج) $\frac{\pi}{16}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

۸. حاصل $\int \sin 3x \cos 5x dx$ کدام است؟

- الف) $\frac{1}{4} \sin 3x + \frac{1}{8} \cos 5x + c$ (ب) $\frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{16} \cos 8x + c$

$$\sin 3x - \cos 5x + c \text{ (د)}$$

$$\frac{1}{3} \sin^2 3x + \frac{1}{5} \cos^2 5x + c \text{ (ج)}$$

۹. حاصل $\int (\tan x - \cot x)(\tan x + \cot x)^4 dx$ کدام است؟

$$\frac{1}{4}(\tan x - \cot x)^4 + c \text{ (ب)}$$

$$\frac{1}{4}(\tan x + \cot x)^4 + c \text{ (الف)}$$

$$\frac{1}{5}(\tan x - \cot x)^5 + c \text{ (د)}$$

$$\frac{1}{5}(\tan x + \cot x)^5 + c \text{ (ج)}$$

۱۰. حاصل $\int \frac{dx}{1+e^x}$ کدام است؟

$$c \ln(1 - e^x) + x - x^2 \text{ (ب)}$$

$$c \ln(1 - e^x) + c \text{ (الف)}$$

$$x + \ln(1 + e^x) + c \text{ (د)}$$

$$x - \ln(1 + e^x) + c \text{ (ج)}$$

۱۱. حاصل $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ کدام است؟

$$\arctan \frac{1}{e} - 1 \text{ (د)}$$

$$\arctan \frac{1}{e} - \frac{\pi}{4} \text{ (ج)}$$

$$\arctan e - 1 \text{ (ب)}$$

$$\arctan e - \frac{\pi}{4} \text{ (الف)}$$

۱۲. اگر $A = \int_1^2 \frac{2^x}{x} dx$ مقدار $\int_1^2 \frac{2^x}{x^2} dx$ کدام است؟

$$A + \ln 2 \text{ (د)}$$

$$A \ln 2 \text{ (ج)}$$

$$1 + \ln A \text{ (ب)}$$

$$2 + A \ln 2 \text{ (الف)}$$

۱۳. حاصل $\int \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 + 4x - 12} dx$ کدام است؟

$$\ln \left(\frac{|x-3|}{\sqrt{x^2+4}} \right) - \arctan \frac{x}{4} + c \text{ (ب)}$$

$$\ln \left(\frac{|x+3|}{\sqrt{x^2+4}} \right) - \arctan x + c \text{ (الف)}$$

$$\ln \left(\frac{|x-2|}{\sqrt{x^2+2}} \right) - \arctan x + c \text{ (د)}$$

$$\ln \left(\left| \frac{(x+3)(x-2)}{\sqrt{x^2-4}} \right| \right) + c \text{ (ج)}$$

۱۴. مقدار $\int_e^{e^2} x \ln x dx$ کدام است؟

$$\frac{e^2}{4}(e^2 - 3) \text{ (د)}$$

$$\frac{e^2}{4}(3e^2 - 1) \text{ (ج)}$$

$$\frac{e^2}{3}(e^2 - 4) \text{ (ب)}$$

$$\frac{e^2}{3}(4e^2 - 1) \text{ (الف)}$$

۱۵. حاصل $\int_1^e \frac{dx}{x(\ln^2 x + \ln x + 1)}$ کدام است؟

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{2} \text{ (د)}$$

$$\pi\sqrt{3} \text{ (ج)}$$

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{9} \text{ (ب)}$$

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{6} \text{ (الف)}$$

۱۶. حاصل انتگرال $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}$ کدام است؟

$$\frac{5\pi}{6} \text{ (د)}$$

$$\frac{2\pi}{3} \text{ (ج)}$$

$$\frac{\pi}{3} \text{ (ب)}$$

$$\frac{\pi}{6} \text{ (الف)}$$

۱۷. حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}}{e^x}$ چیست؟

الف) ۱ ب) \sqrt{e} ج) $\frac{1}{\sqrt{e}}$ د) e^2

۱۸. اگر $\int x f''(x) dx = f(x) + x$ و f''' پیوسته باشد آنگاه

الف) $f''(x) = x$ ب) $f''(x) = 0$ ج) $f'''(x) = x$ د) $f'''(x) = 0$

۱۹. مشتق تابع $y = \sec h^{-1}(x)$ چیست؟

الف) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ ب) $-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ ج) $\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$ د) $-\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

۲۰. فرض کنید $F(x) = \int \frac{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx}{x^2 + \frac{1}{x^2} + 3}$ و $F(2) = 0$ باشد. مقدار $F\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

الف) ۰ ب) $\tan^{-1} \frac{1}{2}$ ج) $\tan^{-1} 2$ د) $\tan^{-1} \frac{5}{2}$

۲۱. از احکام زیر چند مورد درست است؟

$$e^\pi > \pi^e \quad \sqrt[5]{2e} > \sqrt{e} \quad \sqrt[\pi]{\frac{\pi}{2}} > \sqrt{e}$$

الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۳

۲۲. اگر $\frac{4x^2 - 3x + 2}{x^2 - x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1}$ آنگاه حاصل $A + B + C$ چیست؟

الف) ۶ ب) ۲ ج) ۰ د) ۴

۲۳. حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0^+} [x^{-x}]$ چیست؟

الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) -۱

۲۴. اگر $y = (\ln x)^{\ln x}$ آنگاه y' برابر با چیست؟

الف) $\frac{1 + \frac{1}{x}}{x + \ln x} (\ln x)^{\ln x}$ ب) $\frac{2 \ln x}{x} (\ln x)^{\ln x}$
 ج) $\frac{2 \ln x}{x} (\ln x)^{\ln x}$ د) $\frac{1 + \ln(\ln x)}{x} (\ln x)^{\ln x}$