مبحث یازدهم:

پایداری ماشین های سنکرون

- پایداری استاتیک
- پایداری دینامیکی و معادله پایه ای توان
- مدل خطی شده
- تغییرات کوچک بار و تحلیل سیگنال کوچک
- تغییرات بزرگ بار و روش سطوح معادل
- مدار معادل ماشین برای تحلیل پایداری

- **تعریف پایداری:** منظور از پایداری حالتی است که ورودیها و خروجی های ماشین متعادل بوده و ماشین بطور عادی در حال کار است. در حالت پایدار، معادله زیر باید برقرار باشد:

$$P_m - P_l = 0 \qquad (۱)$$

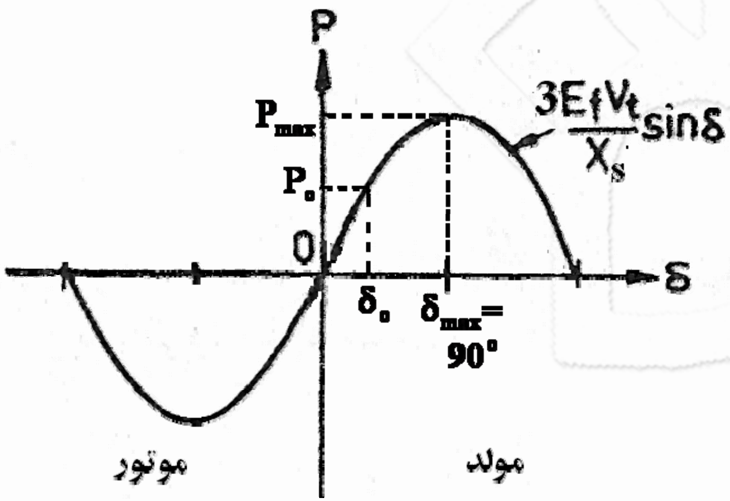
- **انواع پایداری:**

۱- پایداری حالت دائم (پایداری استاتیکی)

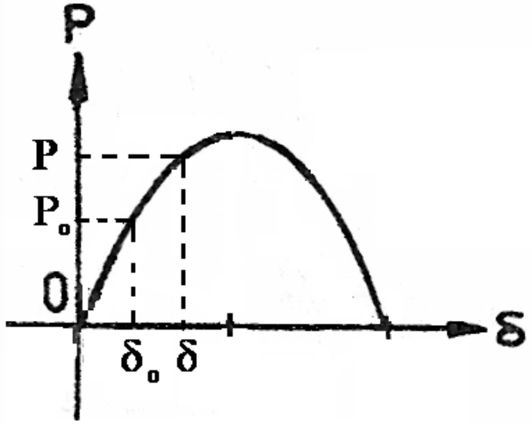
۲- پایداری حالت گذرا (پایداری دینامیکی)

- **پایداری استاتیکی:**

فرض کنیم ماشین با توان اولیه P_o و زاویه بار اولیه δ_o در حال کار است. اگر بار ماشین به آرامی افزایش پیدا کند، زاویه بار δ زیاد می شود تا توان مورد نیاز بار ایجاد گردد. اگر این فرآیند ادامه یابد تا δ به ۹۰ درجه برسد، از آن به بعد، حتی با افزایش δ توان خروجی ماشین بیشتر نخواهد شد و ماشین زیر بار خواهد ماند و از حالت تعادل و سنکرونیزم خارج می شود. بنابراین δ=90 درجه، حد پایداری استاتیکی ماشین است.



▪ **سئوال:** اگر توان بار به آرامی از مقدار اولیه P_0 به مقدار جدید P افزایش یابد، زاویه قدرت ماشین از δ_0 به δ می رود. اما اگر تغییر توان از P_0 به P بصورت ناگهانی و پله ای باشد، آیا بازهم ماشین پایدار خواهد ماند و قادر به تامین توان مورد نیاز بار خواهد بود؟



▪ **جواب:** ملاحظه شده است که در تغییر پله ای بار، ماشین حول نقطه کار نهایی نوسان کرده تا در نهایت بوسیله عوامل میرا کننده نظیر اصطکاک و دمپرها در نقطه کار نهایی، تثبیت شود. در شرایط خاصی این نوسانات ممکن است باعث ناپایداری شود که در بحث پایداری دینامیکی به آن پرداخته می شود.

▪ **در نتیجه:** در پایداری دینامیکی، علاوه بر میزان تغییرات بار، سرعت تغییر بار و نقطه اولیه کار نیز مطرح هستند.

- در بررسی پایداری دینامیکی، نکات زیر مطرح هستند:

❖ نکته ۱: اثرات میرایی موجود در سیستم شامل اصطکاک های مکانیکی و دمپرها را می توان به دو صورت درنظر گرفت:

(الف) میرایی را به صورت دقیق در روابط وارد نمائیم.

(ب) از داخل نمودن آنها در روابط پرهیز نموده ولی در تفسیر نتایج، اثر آنها را لحاظ نمائیم.

❖ نکته ۲: پایداری دینامیکی را می توان در دو حالت کلی زیر بررسی نمود:

(الف) تغییرات کوچک بار: از روش خطی سازی حول نقطه کار استفاده می شود.

(ب) تغییرات بزرگ بار: از روش سطوح معادل استفاده می شود.

- قبل از پرداختن به موضوع پایداری دینامیکی، ابتدا معادله پایه ای توان را بدست می آوریم.

➢ معادله پایه ای توان:

$$T_i - T_l = j\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (۲)$$

T_i = گشتاور محرک یا شتاب دهنده به محور روتور (در حالت ژنراتوری = T_{mech} و در حالت موتوری = T_{elec})

T_l = گشتاور مقاوم روی محور روتور که شتاب منفی می دهد (در حالت ژنراتوری = T_{elec} و در حالت موتوری = T_{mech})

ω = فرکانس سنکرون (الکتریکی)

P = تعداد قطب های ماشین

θ = زاویه مکانیکی روتور

$$\theta = \frac{2}{P}(\omega t + \delta) \qquad (۳)$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{P}\left(\omega + \frac{d\delta}{dt}\right) \qquad (٤) \qquad \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{2}{P}\frac{d^2\delta}{dt^2} \qquad (٥)$$

$$\Rightarrow T_i - T_l = \frac{2}{P}j\frac{d^2\delta}{dt^2} \qquad (٦)$$

معادله نوسان یا Swing:

$$\xRightarrow{P=2} T_i - T_l = j\frac{d^2\delta}{dt^2} \qquad (۷)$$

- در حالت کلی، گشتاور مقاوم T_l شامل دو مولفه گشتاور سنکرون کننده و گشتاور میرا کننده به صورت زیر است:

$$T_l = T_s + T_d = \frac{P_s(\delta)}{\omega} + T_{dy}\frac{d\delta}{dt} \qquad (۸)$$

T_{dy} = ضریب گشتاور میراکننده [N.m/(rad/sec)]

T_d = گشتاور میراکننده [N.m]

P_d = توان میراکننده [W/(rad/sec)]

$P_s(\delta)$ = توان سنکرون کننده [W]

$d\delta/dt$ = انحراف از سرعت سنکرون [rad/sec]

رابطه (۷) نتیجه می دهد : $\Rightarrow T_i - \frac{P_s(\delta)}{\omega} - T_{dy}\frac{d\delta}{dt} = j\frac{d^2\delta}{dt^2}$ (۹)

با ضرب رابطه (۹) در ω : $\Rightarrow T_i\omega - P_s(\delta) - T_{dy}\omega\frac{d\delta}{dt} = j\omega\frac{d^2\delta}{dt^2}$ (۱۰)

$$\Rightarrow \boxed{P_i = M\frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d\frac{d\delta}{dt} + P_s(\delta)} \qquad (۱۱)$$

رابطه غیرخطی کلی پایداری دینامیکی

$M = (2/P)\, j\omega$ = گشتاور مومنتم [W/(rad/sec)^2]

$P_i = T_i\omega$ = توان شتاب دهنده ورودی [W]

δ = زاویه بار الکتریکی [rad]

❑ پایداری دینامیکی

➢ تغییرات کوچک بار (تحلیل به روش خطی سازی):

▪ معادله پایه ای توان برای یک ژنراتور استوانه ای به صورت زیر قابل ساده سازی است:

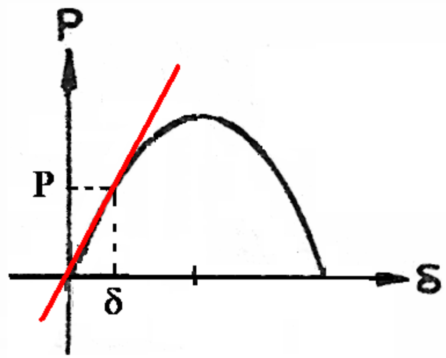
$$M\frac{d^2\delta}{dt^2}+P_d\frac{d\delta}{dt}+P_{max}\sin\delta=P_i \qquad (۱۲)$$

▪ **نکته ۱:** در حالت کلی، برای تحلیل پایداری باید معادله دیفرانسیل غیرخطی فوق حل شود. برای سادگی می توان $P_s(\delta)$ را حول نقطه کار δ_o به صورت زیر خطی سازی نمود:

$$P_s(\delta)=P_{max}\sin\delta=P_{max}\left\{(\delta-\delta_o)+\frac{(\delta-\delta_o)^3}{3!}+\ldots\right\} \qquad (۱۳)$$

▪ **نکته ۲:** اما اگر تغییرات δ در یک ماشین متصل به شین بی نهایت، کوچک باشد، مقدار $P_s(\delta)$ و یا $P_{max}\sin\delta$ را می توان با مقدار معادل خطی آن جایگزین کرد:

$$P_{max}\sin\delta\approx P_{sy}\delta=P_{max}\cos 0\times\delta \qquad (۱٤)$$



در نتیجه خواهیم داشت:

$$\boxed{M\frac{d^2\delta}{dt^2}+P_d\frac{d\delta}{dt}+P_{max}\delta=P_i} \qquad (۱۵)$$

❑ پایداری دینامیکی

➢ تغییرات کوچک بار (تحلیل به روش اغتشاشات کوچک):

■ در حالت پایدار اولیه داریم:

$$P_{10} = P_i \qquad (١٦)$$

$$P_{10} = \frac{3E_f V_t}{X_s}\sin\delta_o \qquad (١٧)$$

■ بعد از اعمال بار خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \delta = \delta_0 + \Delta\delta \\ P_l = P_{10} + \Delta P_l \end{cases} \qquad (١٨)$$

$$M\frac{d^2}{dt^2}(\delta_o + \Delta\delta) + P_d\frac{d}{dt}(\delta_o + \Delta\delta) + P_{max}\sin(\delta_o + \Delta\delta) = P_i \qquad (١٩)$$

$$\Rightarrow\ M\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + P_d\frac{d\Delta\delta}{dt} + P_{max}(\cancel{\underbrace{\sin\delta_o}_{P_{10}}} + \left.\frac{\partial\sin x}{\partial x}\right|_{x=\delta_o} \times \Delta\delta) = \cancel{P_i} \qquad (٢٠)$$

$$\Rightarrow\ \boxed{M\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + P_d\frac{d\Delta\delta}{dt} + P_{max}\cos\delta_o\Delta\delta = 0} \qquad (٢١)$$

▪ لذا در حوزه لاپلاس خواهیم داشت:

$$Ms^2 + P_d s + P_{max}\cos\delta_o = 0 \qquad (۲۲)$$

$$\Rightarrow s_{1,2} = -\frac{P_d}{2M} \pm \frac{1}{2M}\sqrt{P_d^2 - 4MP_{max}\cos\delta_o} \qquad (۲۳)$$

▪ مقدار زیر رادیکال یعنی $P_d^2 - 4MP_{max}\cos\delta_o = P_d^2 - 4MP_{sy}(\delta_o)$ تعیین کننده پایدار ماندن ماشین در سرعت سنکرون می باشد.

نتیجه نهایی: لذا پایدار ماندن ماشین تحت تغییرات ناگهانی بار طبق رابطه (۲۳) ، به مقدار اولیه نقطه کار δ_0، مقدار حداکثر توان قابل تولید توسط ماشین P_{max}، ممان اینرسی یا مومنتم ماشین M و مقدار توان میرا کننده بستگی دارد.

- در اکثر مسائل دینامیکی حاد، اندازه نوسانات در حدی است که خطی سازی مجاز نیست و معادلات حرکت را باید به شکل غیرخطی حفظ کرد. از این رو برای تحلیل به کامپیوترهای دیجیتال نیاز است. تحلیل عددی، مشخصات پایداری را بطور کامل مشخص خواهد نمود.

- اما در بسیاری از موارد فقط مایلیم بدانیم که آیا با ایجاد اختلال ناگهانی (تغییرات ناگهانی بار روی ماشین)، سنکرونیزم حفظ خواهد شد یا نه؟ و آیا زاویه بار پس از بروز اختلالا در یک مقدار نهایی و پایداری تثبیت خواهد شد یا نه؟

- می توان برای جواب دادن به سئوالات فوق بدون حل معادله دینامیکی غیرخطی پایداری، از یک روش ترسیمی بنام روش سطوح معادل (یا سطوح برابر) استفاده نمود که در ادامه به آن پرداخته می شود.

- در این روش، میرایی را درنظر نمی گیریم و البته در تعیین حداکثر زاویه پایدار روتور پس از وقوع اختلال و برای پاسخ گرفتن این سئوال که آیا سنکرونیزم حفظ خواهد شد یا نه، موثر خواهد بود.

- روش سطوح برابر را برای یک موتور سنکرون توضیح می دهیم:

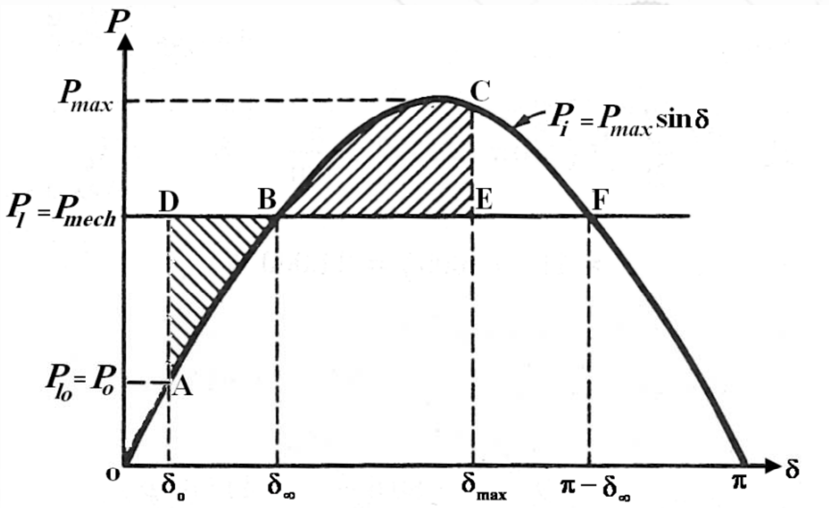
1) فرض نمائید که موتور در نقطه A با زاویه δ_o کار می کند و بار مکانیکی P_o روی محور آن قرار دارد.

2) با افزایش ناگهانی بار به مقدار P_{mech}، مقداری از انرژی جنبشی جرم در حال چرخش که متناسب با سطح ABD است، در حلیکه انرژی الکترومغناطیسی برای تامین بار محور ناکافی است، گرفته می شود.

3) لذا شتاب منفی ایجاد شده سبب می شود تا زاویه بار δ افزایش یابد و از نقطه B بگذرد و حداکثر به نقطه C برسد، جائیکه مقدار انرژی گرفته شده از جرم دوار دوباره برگشت کند. (توسط میدان الکترومغناطیسی ایجاد شود.)

4) لذا روتور تا نقطه C نوسان کرده و زاویه بار δ_{max} به نحوی است تا مساحت سطح ABD = مساحت سطح BDE بشود.

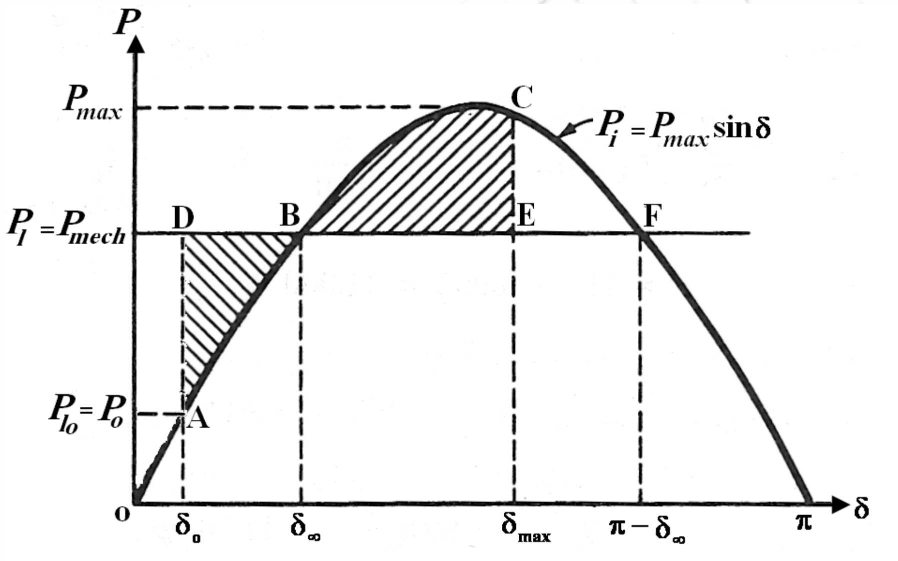
5) از این به بعد در غیاب میرایی، روتور در فرکانس طبیعی خود بین نقطه A و C نوسان خواهد کرد. میرایی موجود در هر ماشین فیزیکی، موجب می شود که دامنه نوسانات بعدی کاهش یافته و سرانجام در نقطه B به تعادل برسد.



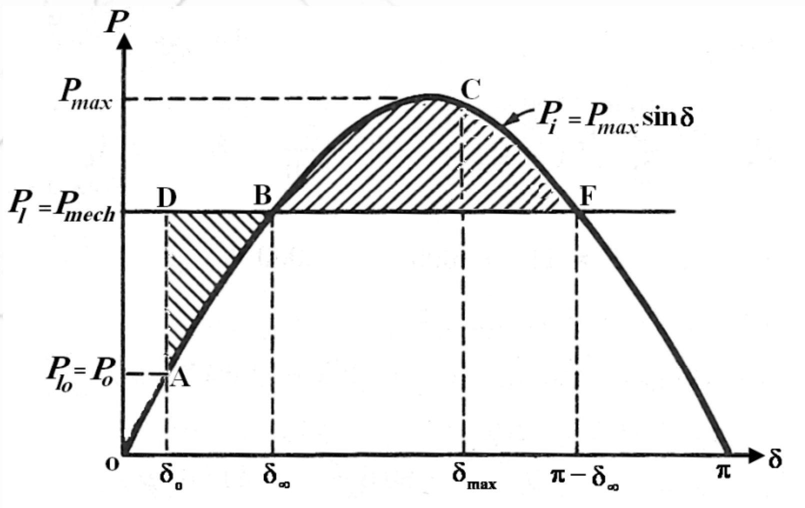
- **تعیین مرز ناپایداری به روش سطوح برابر:**

1) اگر مقدار بار ناگهانی اعمالی به محور موتور زیادتر شود، مساحت ABD بزرگتر می شود و لذا موتور در بازه زاویه بار بیشتری نوسان می کند، به نحویکه نقطه C به نقطه F نزدیک می گردد.

2) اگر مقدار بار آنقدر زیاد گردد که نقطه C به نقطه F برسد، و اگر مساحت ABD از مساحت BCF بیشتر باشد، موتور ناپایدار خواهد شد. این بدان علت است که کاهش انرژی جنبشی (معادل سطح ABD) نمی تواند با افزایش انرژی الکترومغناطیسی محرک (معادل سطح BCF) جبران گردد و لذا سرعت موتور در هر سیکل نوسان کاهش بیشتری یافته و موتور از حالت سنکرون خارج خواهد شد.



(الف) نوسان حول نقطه B موتور سنکرون



(ب) رسیدن به مرز ناپایداری

اثبات پایداری به روش سطوح برابر:

- از معادله (۱۱) و با فرض عدم وجود میرایی در معادلات می توان بدست آورد:

P_i = توان محرک یا توان الکترومغناطیسی

P_l = توان مقاوم با توان بار مکانیکی

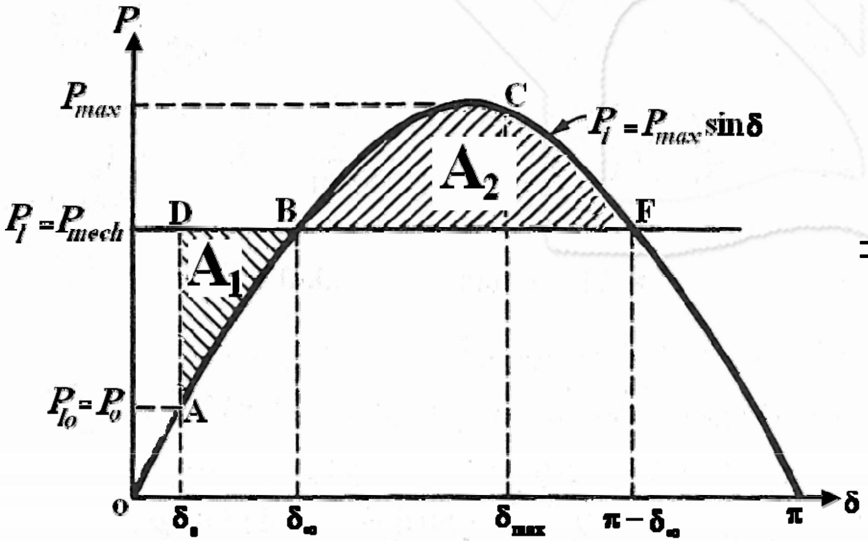
$$P_i - P_l = M\frac{d^2\delta}{dt^2} \qquad (۲٤)$$

- انتگرال $(P_i - P_l)d\delta$ بین دو نقطه A و F برابر با تغییرانرژی جنبشی روتور است که با توجه به عدم وجود میرایی برابر با صفر است. لذا اگر نوسان غیرمیرا ادامه داشته باشد آنگاه:

$$\Rightarrow \int_{\delta_A}^{\delta_F}(P_i - P_l)d\delta = \int_{\delta_A}^{\delta_F} M\frac{d^2\delta}{dt^2}d\delta = 0 \qquad (۲۵)$$

$$\Rightarrow \int_{\delta_A}^{\delta_\infty}(P_i - P_l)d\delta + \int_{\delta_\infty}^{\delta_F}(P_i - P_l)d\delta = 0 \qquad (۲٦)$$

$$\Rightarrow \int_{\delta_A}^{\delta_\infty}(P_l - P_i)d\delta = \int_{\delta_\infty}^{\delta_F}(P_i - P_l)d\delta \qquad (۲۷)$$

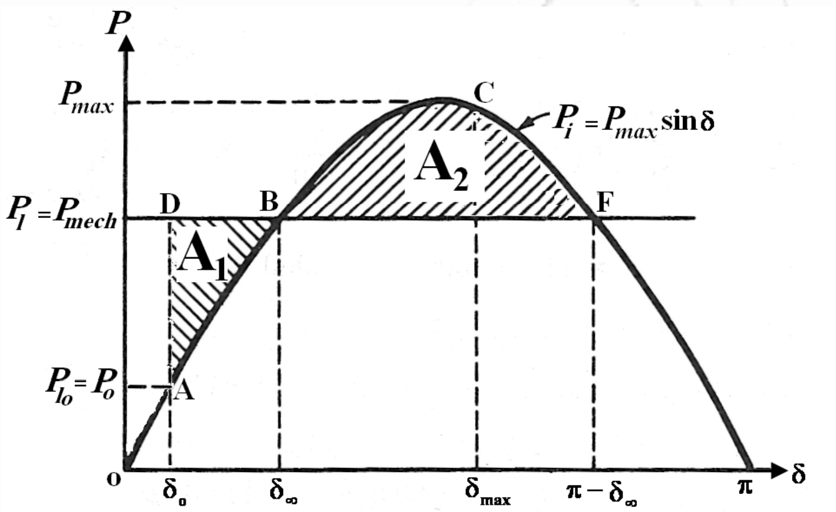


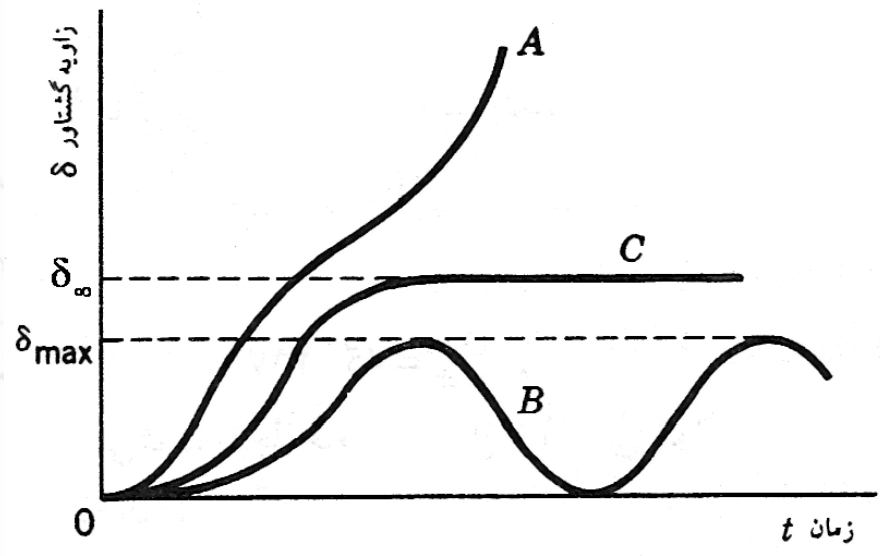
و لذا در نوسان دائم (مرز ناپایداری) داریم:

سطح A_1 = سطح A_2

حالات مختلف موتور با توجه به مساحت سطوح A_1 و A_2:

- اگر سطح A_1 > سطح A_2: موتور پایدار باقی مانده و زاویه بار در مقدار δ_∞ تثبیت می شود. (منحنی C)
- اگر سطح A_1 = سطح A_2: موتور نوسان دائم داشته و زاویه بار بین صفر و δ_{max} نوسان می کند. (منحنی B)
- اگر سطح A_1 < سطح A_2: زاویه بار δ با گذشت زمان زیادتر شده و موتور ناپایدار می گردد.. (منحنی A)

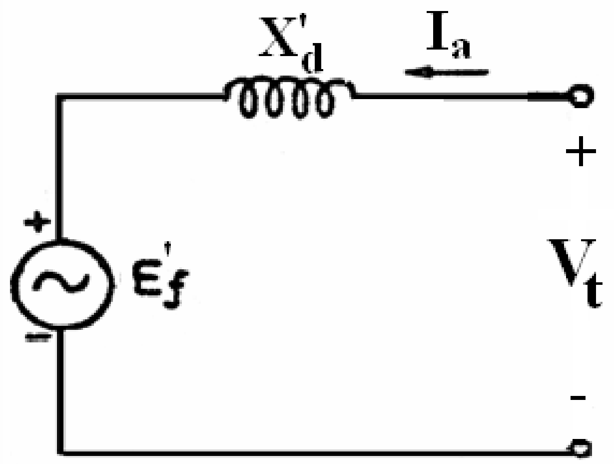




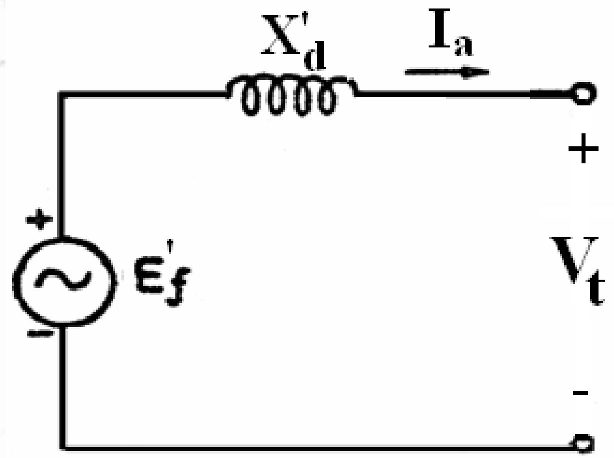
تغییرات زاویه بار در حالت های مختلف سطوح A_1 و A_2 نسبت به یکدیگر

➢ مدار معادل ماشین برای تحلیل پایداری دینامیکی:

▪ چون تعداد نوسانات δ حول نقطه تعادل، حدود چندین بار (بیش از ۳ بار و کمتر از ۳۰ سیکل است)، و این تعداد سیکل مربوط به دوره گذرای ماشین است، می توان از مدار معادل حالت گذرا برای تحلیل استفاده نمود:



(الف) مدار معادل برای تحلیل پایداری موتور سنکرون پس از وقوع اختلال



(ب) مدار معادل برای تحلیل پایداری ژنراتور سنکرون پس از وقوع اختلال

$$\vec{E}'_f = \vec{V}_t - jX'_d\vec{I}_a \qquad (۲۸)$$

$$\vec{E}'_f = \vec{V}_t + jX'_d\vec{I}_a \qquad (۲۹)$$

❑ پایداری دینامیکی

➢ مثال: تحلیل پایداری در اعمال بار ناگهانی به یک موتور بی بار سنکرون

- یک موتور سنکرون سه فاز با مشخصات زیر مفروض است: $X_d = 0.8$ pu و $X'_d = 0.3$ pu. جریان تحریک طوری تنظیم شده است تا $E_f = 1$ pu گردد.

(الف) حداکثر گشتاوری را که می توان به آرامی به موتور اعمال نمود تا موتور از حالت سنکرون خارج نشود چقدر است؟

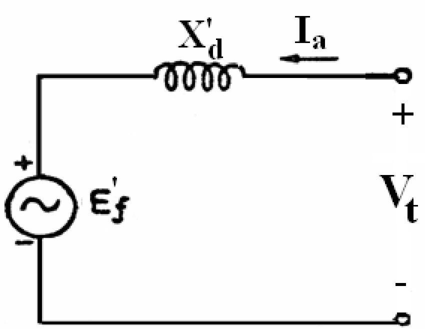
(ب) حداکثر گشتاوری را که می توان بطور ناگهانی به محور موتور اعمال نمود تا موتور از حالت سنکرون خارج نشود چقدر است؟ آیا این گشتاور می تواند تداوم داشته باشد؟

حل (الف):

$$\delta_{max} = 90^o \;\Rightarrow\; \sin\delta_{max} = 1 \qquad \Rightarrow T_{max}(pu) = \frac{V_t E_f}{X_d}(pu)$$

$$\Rightarrow T_{max} = \frac{1\times 1}{0.8} = 1.25 \text{ pu}$$

حل (ب): قبل از اعمال بار داریم $I_a = 0$، لذا E'_f را قبل از اعمال بار بدست می آوریم:



$$\vec{E}'_f = \vec{V}_t - jX'_d\vec{I}_a \qquad \Rightarrow \vec{E}'_f = 1 - j\times 0 = 1 \quad \text{pu}$$

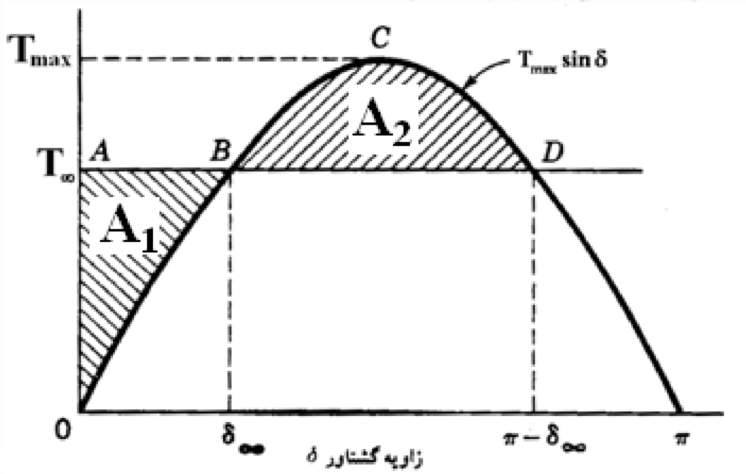
... ادامه حل (ب):

$$T_{(pu)}=\frac{V_t E'_f}{X'_d}\sin\delta=\frac{1\times 1}{0.3}\sin\delta=3.33\sin\delta$$

$$A_1\ \text{سطح}=T_\infty\delta_\infty-\int_0^{\delta_\infty}3.33\sin\delta d\delta=T_\infty\delta_\infty-3.33\times(1-\cos\delta_\infty)$$

$$A_2\ \text{سطح}=\int_{\delta_\infty}^{\pi-\delta_\infty}3.33\sin\delta d\delta-T_\infty\left[(\pi-\delta_\infty)-\delta_\infty\right]=3.33(2\cos\delta_\infty)-T_\infty\left[\pi-2\delta_\infty\right]$$

$$A_2\ \text{سطح}=A_1\ \text{سطح}\quad\Rightarrow T_\infty\left[\pi-\delta_\infty\right]-3.33-3.33\cos\delta_\infty=0$$



ادامه حل (ب):

$$A_2 \text{ سطح} = A_1 \text{ سطح} \quad \Rightarrow T_\infty[\pi-\delta_\infty]-3.33-3.33\cos\delta_\infty=0$$

از طرف دیگر : $T_\infty = 3.33\sin\delta_\infty$

معادله غیرخطی روبرو باید حل گردد:

$$\Rightarrow \boxed{[\pi-\delta_\infty]\sin\delta_\infty-\cos\delta_\infty=1}$$

$$\Rightarrow \quad \delta_\infty = 45.6^\circ \;\Rightarrow\; T_\infty = 3.33\times\sin 45.6^\circ = 2.42 \text{ pu}$$

خیر، این گشتاور بار نمی تواند تداوم داشته باشد، زیرا از گشتاور ماکزیمم محاسبه شده در بخش (الف) بیشتر است.

نکته: در حالت گذرا، امکان تحمل گشتاوری بیش از گشتاور ماکزیمم وجود دارد.