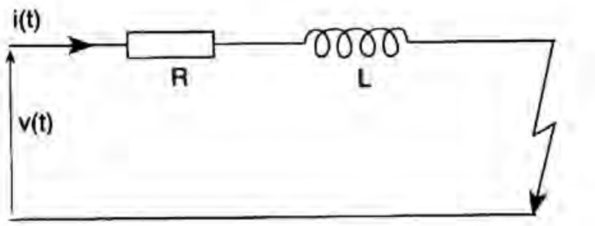
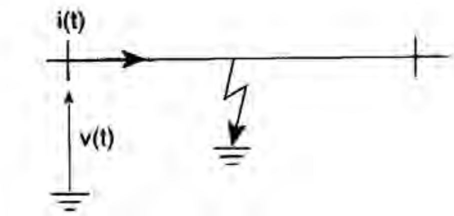
بسمه تعالی

حفاظت دیجیتال

۱- حفاظت خط انتقال بروش معادلات دیفرانسیل:

فرض: صرفنظر از خازن خط و در نظر گرفتن مدل فشرده RL برای آن





با نوشتن KVL داریم:

$$v(t) = R(t) + L\frac{di}{dt}$$

با انتگرالگیری از طرفین رابطه خواهیم داشت:

$$\int_{t_0}^{t_1} v(t)dt = R\int_{t_0}^{t_1} i(t)dt + L\big(i(t_1) - i(t_0)\big)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt = R\int_{t_1}^{t_2} i(t)dt + L\big(i(t_2) - i(t_1)\big)$$

با استفاده از روش انتگرالگیری ذوزنقه‌ای داریم:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} v(t)dt = \frac{\Delta T}{2}\left[v_k + v_{k+1}\right]$$

$$\int_{t_{k+1}}^{t_{k+2}} v(t)dt = \frac{\Delta T}{2}\left[v_{k+1} + v_{k+2}\right]$$

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} i(t)dt = \frac{\Delta T}{2}\left[i_k + i_{k+1}\right]$$

$$\int_{t_{k+1}}^{t_{k+2}} i(t)dt = \frac{\Delta T}{2}\left[i_{k+1} + i_{k+2}\right]$$

با جایگزاری در روابط قبلی و مرتب کردن آنها به رابطه ماتریسی زیر میرسیم:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta T}{2}(i_{k+1}+i_k) & (i_{k+1}-i_k) \\ \frac{\Delta T}{2}(i_{k+2}+i_{k+1}) & (i_{k+2}-i_{k+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta T}{2}(v_{k+1}+v_k) \\ \frac{\Delta T}{2}(v_{k+2}+v_{k+1}) \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از روش کرامر می‌توان مقاومت و اندوکتانس را بدست آورد:

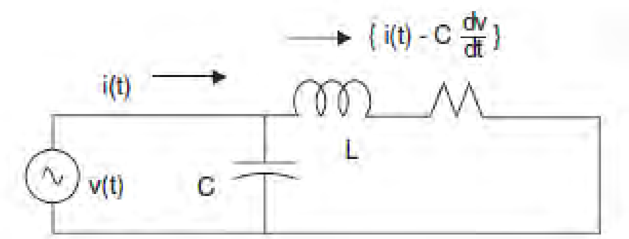
$$R = \left[\frac{(v_{k+1}+v_k)(i_{k+2}-i_{k+1})-(v_{k+2}+v_{k+1})(i_{k+1}-i_k)}{2\left(i_k i_{k+2}-i_{k+1}^2\right)} \right]$$

$$L = \frac{\Delta T}{2}\left[\frac{(v_{k+2}+v_{k+1})(i_{k+1}+i_k)-(v_{k+1}+v_k)(i_{k+2}+i_{k+1})}{2\left(i_k i_{k+2}-i_{k+1}^2\right)} \right]$$

محاسن روش:

۱- محاسبه مستقیم اندوکتانس بجای راکتانس و عدم وابستگی آن به فرکانس شبکه
۲- عدم وابستگی به شکل موج ولتاژ یا جریان و عدم نیاز به محاسبه مولفه های هارمونیکی و ترم نمایی
۳- سرعت بالا (فقط با سه نمونه ولتاژ و جریان نیاز است)

لحاظ اثر خازن موازی خط:



با نوشتن KVL داریم:

$$v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} - RC\frac{dv(t)}{dt} - LC\frac{d^2v(t)}{d^2t}$$

با گسسته سازی رابطه بالا داریم:

$$
\begin{bmatrix}
\frac{\Delta t}{2}(i_{k+1}+i_k) & (i_{k+1}-i_k) & -(v_{k+1}-v_k) & \frac{-1}{\Delta t}(v_{k+1}-2v_k+v_{k-1}) \\
\frac{\Delta t}{2}(i_{k+2}+i_{k+1}) & (i_{k+2}-i_{k+1}) & -(v_{k+2}-v_{k+1}) & \frac{-1}{\Delta t}(v_{k+2}-2v_{k+1}+v_k) \\
\frac{\Delta t}{2}(i_{k+3}+i_{k+2}) & (i_{k+3}-i_{k+2}) & -(v_{k+3}-v_{k+2}) & \frac{-1}{\Delta t}(v_{k+3}-2v_{k+2}+v_{k+1}) \\
\frac{\Delta t}{2}(i_{k+4}+i_{k+3}) & (i_{k+4}-i_{k+3}) & -(v_{k+4}-v_{k+3}) & \frac{-1}{\Delta t}(v_{k+4}-2v_{k+3}+v_{k+2})
\end{bmatrix}
\times \begin{bmatrix} R \\ L \\ RC \\ LC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
\frac{\Delta t}{2}(v_{k+1}+v_k) \\
\frac{\Delta t}{2}(v_{k+2}+v_{k+1}) \\
\frac{\Delta t}{2}(v_{k+3}+v_{k+2}) \\
\frac{\Delta t}{2}(v_{k+4}+v_{k+3})
\end{bmatrix} \tag{5.52}
$$

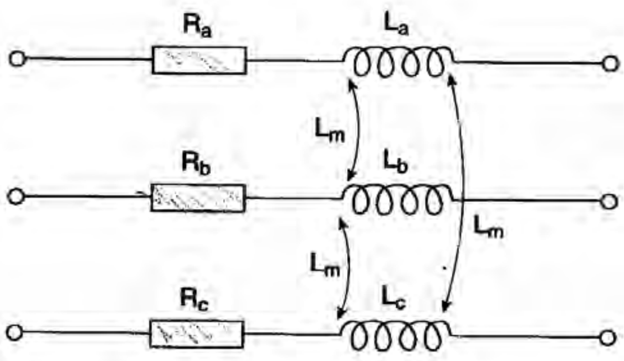
با در نظر گرفتن این رابطه بفرم زیر:

$$
\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ Cp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}
$$

که p بردار شامل Rو Lاست. با استفاده از این رابطه داریم:

$$
\begin{bmatrix} \hat{R} \\ \hat{L} \end{bmatrix} = \left(M_{11} - M_{12} M_{22}^{-1} M_{21}\right)^{-1} \left(r_1 - M_{12} M_{22}^{-1} r_2\right)
$$

روش معادلات دیفرانسیل در حالت سه فاز:



$$dv_a = (R_a dx) i_a + (L_a dx) \frac{di_a}{dt} + (L_{ab} dx) \frac{di_b}{dt} + (L_{ac} dx) \frac{di_c}{dt}$$

$$\frac{dv_a}{dx} = \left(R_a + L_a \frac{d}{dt} \right) i_a + L_{ab} \frac{di_b}{dt} + L_{ac} \frac{di_c}{dt}$$

$$\frac{dv_b}{dx} = L_{ba} \frac{di_a}{dt} + \left(R_a + L_b \frac{d}{dt} \right) i_b + L_{bc} \frac{di_c}{dt}$$

$$\frac{dv_c}{dx} = L_{ca} \frac{di_a}{dt} + L_{cb} \frac{di_b}{dt} + \left(R_c + L_c \frac{d}{dt} \right) i_c$$

برای خط ترانسپوز:

$$R_a = R_b = R_c = R_s$$

$$L_a = L_b = L_c = L_s$$

$$L_{ab} = L_{ac} = L_{ba} = L_{bc} = L_{ca} = L_{cb} = L_m$$

با جایگزاری داریم:

$$\frac{dv_a}{dx} = \left(R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_a + L_m \frac{di_b}{dt} + L_m \frac{di_c}{dt}$$

$$\frac{dv_b}{dx} = L_m \frac{di_a}{dt} + \left(R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_b + L_m \frac{di_c}{dt}$$

$$\frac{dv_c}{dx} = L_m \frac{di_a}{dt} + L_m \frac{di_b}{dt} + \left(R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_c$$